

### **Zadanie**

Dla pewnej terapii dostępne są trzy leki różniące się ceną  $\{c_1, c_2, c_3\}$  oraz intensywnością skutków ubocznych  $\{d_1, d_2, d_3\}$  proporcjonalnych do podawanej dawki. Skutki uboczne działania tych leków sumują się.

Działanie wszystkich leków polega na dostarczeniu do organizmu tego samego związku chemicznego, przy czym dawki tego związku z dwóch lub trzech leków podanych jednocześnie sumują się.

Należy sformułować dwukryteriowy problem decyzyjny polegający na poszukiwaniu kompromisu pomiędzy ceną terapii a intensywnością jej skutków ubocznych przy spełnieniu zapotrzebowania wymaganej dawki.

### **Rozwiązanie**

$x_i$  - ilość związku chemicznego z leku  $i$  w terapii,  $i = 1, 2, 3$ .

$$\sum_{i=1}^3 c_i x_i \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^3 d_i x_i \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^3 x_i \geq b$$

gdzie  $b$  jest wymaganą dawką związku chemicznego.

### **Zadanie**

Które z następujących stwierdzeń jest prawdziwe:

<b>TAK</b>	1. Kryterium jest atrybutem.
<b>NIE</b>	2. Atrybut jest kryterium.

### **Zadanie**

Dany jest zbiór wariantów  $X_0 = \{x^1, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6\}$  oraz zbiór ocen tych wariantów, odpowiednio:  $y^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $y^2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $y^3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $y^4 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $y^5 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $y^6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Wpisz do tabeli poniżej warianty efektywne.

$y^4$	$y^5$				
-------	-------	--	--	--	--

### **Zadanie**

Dany jest zbiór wariantów  $X_0 = \{x^1, x^2, x^3\}$  oraz zbiór ocen tych wariantów, odpowiednio:

$y^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $y^2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $y^3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Jeżeli zastosowano następujące wagi  $\lambda_1 = 2$ ,  $\lambda_2 = 3$ , to wariantem o

maksymalnej wartości liniowej ważonej funkcji skalaryzującej w zbiorze  $X_0$  jest:

<b>NIE</b>	1. WARIANT $x_1$ ?
<b>TAK</b>	2. WARIANT $x_2$ ?
<b>NIE</b>	3. WARIANT $x_3$ ?

Przedstaw przeprowadzone obliczenia.

### **Rozwiązanie**

Wartość ważonej liniowej funkcji z  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$  dla  $x_1$  wynosi  $2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9$ .

Wartość ważonej liniowej funkcji z  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$  dla  $x_2$  wynosi  $2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 18$ .

Wartość ważonej liniowej funkcji z  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$  dla  $x_3$  wynosi  $2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 12$ .

### **Zadanie 5 (za 3 PKT)**

Dany jest zbiór wariantów  $X_0 = \{x^1, x^2, x^3\}$  oraz zbiór ocen tych wariantów, odpowiednio:

$$y^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, y^2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}, y^3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

a) (za 1 pkt) Wskaż element  $\hat{y}$  dla tego zbioru ocen:

2
5

b) (za 2 pkt.) Jeżeli zastosowano następujące wagi  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1$ , to wariantem o minimalnej wartości ważonej funkcji Czebyszewa w zbiorze  $X_0$  jest:

NIE	1. WARIANT $x^1$ ?
TAK	2. WARIANT $x^2$ ?
NIE	3. WARIANT $x^3$ ?

Wskaż zastosowany element  $y^*$  i przedstaw przeprowadzone obliczenia.

### **Rozwiązanie**

Maksymalna wartość współrzędnej 1 wśród ocen wynosi 2.

Maksymalna wartość współrzędnej 2 wśród ocen wynosi 5.

$$\text{Zatem } \hat{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Przyjmuję } \varepsilon = 1. \text{ Wówczas } y^* = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Wartość ważonej liniowej funkcji Czebyszewa z  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$  dla  $x^1$  wynosi  $\max\{1 \cdot (3-1), 1 \cdot (6-2)\} = 4$ .

Wartość ważonej liniowej funkcji Czebyszewa z  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$  dla  $x^2$  wynosi  $\max\{1 \cdot (3-2), 1 \cdot (6-5)\} = 1$ .

Wartość ważonej liniowej funkcji Czebyszewa z  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$  dla  $x^3$  wynosi  $\max\{1 \cdot (3-1), 1 \cdot (6-3)\} = 3$ .

### **Zadanie**

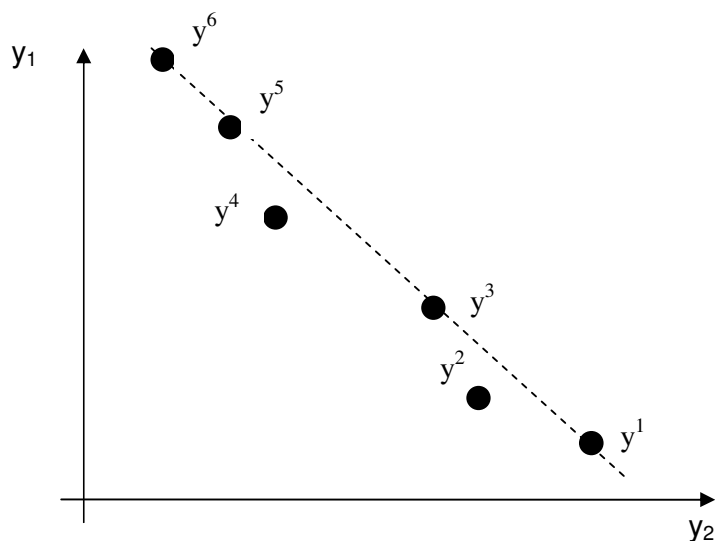
Dany jest zbiór elementów, gdzie  $y^1 = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix}, y^2 = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}, y^3 = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}, y^4 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}, y^5 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}, y^6 = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}.$

Odpowiedz na pytania zawarte w tabeli. Podaj uzasadnienie.

(0,25 pkt. za każde prawidłowe wskazanie poprawnie uzasadnione).

Element	Może być wyznaczony za pomocą:	
	funkcji liniowej ważonej?	funkcji Czebyszewa?
$y^1$	TAK	TAK
$y^2$	NIE	TAK
$y^3$	TAK	TAK
$y^4$	NIE	TAK
$y^5$	TAK	TAK
$y^6$	TAK	TAK

### **Rozwiązanie**



Łatwo wykazać (i widać to z rysunku), że wszystkie elementy są efektywne. A zatem, na podstawie Charakteryzacji A (warunek konieczny) dla każdego z tych elementów istnieje funkcja ważona Czebyszewa taka, że element ten minimalizuje wartość tej funkcji na zadanym zbiorze elementów. Innymi słowy każdy z podanych elementów może być wyznaczony za pomocą (ważonej) funkcji Czebyszewa.

Z rysunku także widać, że nie istnieje funkcja liniowa ważona, która na zadanym zbiorze elementów osiąga wartość maksymalną dla elementów  $y^2$  i  $y^4$ .

### **Zadanie 7 (za 2,5 PKT)**

Bank rozważa instalację 3 bankomatów w sześciu potencjalnych lokalizacjach. Dla każdej lokalizacji oszacowano zapotrzebowanie na wartość wydawanych miesięcznie banknotów  $\{c_1, c_2, \dots, c_6\}$ , a także koszty eksploatacji bankomatu  $\{d_1, d_2, \dots, d_6\}$ .

Należy sformułować dwukryteriumowy problem decyzyjny polegający na poszukiwaniu kompromisu pomiędzy łączną wartością wydawanych banknotów a łącznym kosztem eksploatacji bankomatów.

### **Rozwiązanie**

$x_i$  - zmienna binarna (o wartościach 0 lub 1) przyjmuje wartość 1, gdy bankomat jest ulokowany w lokalizacji  $i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

$$\sum_{i=1}^6 c_i x_i \rightarrow \max$$

$$\sum_{i=1}^3 d_i x_i \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^6 x_i = 3.$$